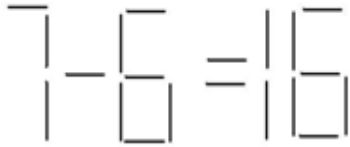


АБАКА-СЕНЬОРЫ

Ответ считается верным, если найдены ВСЕ правильные варианты и нет ни одного лишнего

	Детская		Геометрия		Теория чисел
10	Расшифруйте ребус $**+***=****$, где каждое число является палиндромом	10	Через вершины A и B единичного квадрата $ABCD$ проходит окружность, пересекающая прямые AD и AC в точках K и M , отличных от A . Найдите длину проекции KM на AC .	10	Найдите все такие натуральные числа, в записи которых цифры не повторяются, все цифры одной четности, а сами числа являются точными квадратами.
20	Переложите две спички, чтобы получилось верное равенство: 	20	Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность радиуса 1 так, что диагональ AC – диаметр окружности. Диагонали четырехугольника пересекаются в точке P . Известно, что $BD=AB$ и $PC=2/5$. Найдите длину стороны CD .	20	Найдите сотую с конца цифру числа, которое при умножении на число, состоящее из 100 единиц, дает на конце 00...007 (99 нулей)
30	На планете Ух год состоит из 200 суток. Дождь идет каждый седьмой день, вулкан Ой извергается раз в 150 дней. Во время извержения дождь не идет. Выборы происходят каждый год в один и тот же день, но в дождь выборы отменяются. Однажды выборы прошли в день извержения, причем на следующий день пошел дождь. Сколько раз в следующие 100 лет выборы были отменены из-за дождя?	30	На плоскости даны две непересекающиеся окружности одинакового радиуса r . Прямая пересекает первую окружность в точках A и B , а вторую – в точках C и D так, что $AB=BC=CD=14$. Другая прямая пересекает первую окружность в точках E и F , а вторую – в точках G и H так, что $EF=FG=GH=6$. Найдите r .	30	Ученик написал на доске три натуральных числа, которые являются последовательными членами одной арифметической прогрессии. Потом он стер разделявшие их запятые, и получилось семизначное число. Какое наибольшее число могло получиться?
40	Чапаев открыл стрельбу по белым партизанам из своего 6-зарядного револьвера. Вероятность попадания каждого из 6 выстрелов в цель равна $\frac{1}{2}$. Партизане, потеряв очередного товарища (что равно попаданию при выстреле), начинают паниковать и сдаются в плен с вероятностью $\frac{1}{2}$. Вычислите, с какой вероятностью Чапаев все-таки возьмет непокорных партизан в плен?	40	Пусть Q – единичный куб. Назовем правильный тетраэдр хорошим, если все его вершины лежат на границе Q . Найдите все возможные объемы хороших тетраэдров.	40	Для каких натуральных чисел n существует такая перестановка x_1, x_2, \dots, x_n чисел $1, 2, \dots, n$, что $x_1+x_2+\dots+x_k$ делится на k при каждом $k=1, 2, \dots, n$.
50	Решите ребус: $СТО \times СТО = СЕКРЕТ$	50	$AB=BC=CA=3$. На отрезке AC выбрана точка P , такая что $AP=2$. На отрезках BC и AB выбраны такие точки X и Y соответственно, что $BX=BY+1$ и сумма $PX+PY$ минимальна. Чему она равна?	50	У каждого составного числа от 1 до 100 нашли наименьший простой делитель. Найдите сумму обратных величин всех этих делителей.
60	Великан начал хлебать бочку киселя, через некоторое время к нему присоединился второй, затем через такой же промежуток – третий и т. д. до последнего. Оказалось, что первый великан хлебал кисель в пять раз дольше последнего. Если бы все начали одновременно, то они справились бы за 2 часа. Сколько времени хлебал кисель первый?	60	На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены квадраты, 6 вершин квадратов, не являющиеся вершинами исходного треугольника лежат на одной окружности. Найдите углы треугольника	60	Найдите все натуральные числа, которые в 100 раз больше количества своих натуральных делителей.

АБАКА-СЕНЬОРЫ

Ответ считается верным, если найдены ВСЕ правильные варианты и нет ни одного лишнего

	Комбинаторика		Алгебра		Тригонометрия
10	Тысяча снайперов затеяла перестрелку. Снайпер может застрелить только снайпера, застрелившего столько же снайперов, сколько он сам. Сколько снайперов останется в живых в результате перестрелки? (Перестрелка заканчивается в том случае, если ни один снайпер не может убить никакого другого).	10	Положительное число x таково, что $[x] \times \{x\} = 100$. Чему может быть равно число $[x^2] - [x]^2$?	10	Пусть $\operatorname{tg} 2\alpha = 4$. Вычислите $\sin 4\alpha + \cos 4\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$
20	В классе 15 девочек, 16 учеников имеют темные волосы, 17 – кареглазые и 18 отличников. Новый учитель математики, зная, сколько учеников в классе, но не видев класс, смог точно сказать, что там учится кареглазая темноволосая девочка-отличница. Какое наибольшее количество человек может учиться в этом классе?	20	Найдите все натуральные n , такие что $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots + \sqrt{2}}}} + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}}} \leq 5$ (по n корней в каждом)	20	Дано значение $\sin \alpha$. Сколько различных значений может принимать величина $\sin \frac{\alpha}{3}$?
30	Сколькими способами из чисел 1, 2, 3, ..., 11 можно выбрать несколько чисел так, чтобы среди выбранных не было трех идущих подряд? Несколько – это может быть 0, 1, 2 и так далее.	30	Известно, что график функции $y(x) = \frac{a-6x}{2+x}$ симметричен графику функции $y(x) = \frac{1}{x}$ относительно некоторой точки. Найдите, чему равно a .	30	Найдите наименьший положительный корень уравнения $\{\operatorname{tg} x\} = \sin x$ ($\{a\}$ обозначает дробную часть числа a , то есть разность между числом a и наибольшим целым числом, не превосходящим a).
40	В однокруговом турнире участвовали $2n$ команд. После окончания турнира оказалось, что у каждой команды число ничьих равно числу побед. При каких n такое возможно?	40	Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{(x-5)^2 + 9} + \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{4 + (y-4)^2}$	40	Найдите все α , при которых $\operatorname{tg} \alpha^\circ = \operatorname{tg} \alpha$ (в левой части α измеряется в градусах, а в правой части — в радианах).
50	В квадрате 81×81 Катя загадала одну клетку. Ваня пытается отгадать, какую. За один вопрос он указывает на одну из клеток, после чего Катя отвечает, что он угадал (если Ваня угадал, конечно), «Горячо» (если клетка Вани граничит с загаданной по стороне или по углу) или «Холодно» во всех остальных случаях. За какое число вопросов Ваня гарантированно определит клетку (т.е. будет знать её местоположение)?	50	Найдите такую функцию $f(x)$, непрерывную на всей числовой прямой, что $f(f(x)) = 1 + 2x$.	50	Найдите наименьшее положительное x , при котором $\sin x \leq \sin(x+1) \leq \sin(x+2) \leq \sin(x+3) \leq \sin(x+4)$
60	На окружности отмечено 16 точек. Каково наибольшее возможное число остроугольных треугольников с вершинами в этих точках?	60	b – цифра, а a и c – различные не нулевые цифры. Квадраты abc и cba равны $хузуv$ и $vузух$ соответственно. Найдите abc	60	Сумма натуральных чисел m и n равна 2016. В каком наибольшем числе точек могут пересекаться графики функций $y = \cos mx$ и $y = \cos nx$ на отрезке $[0; \pi]$?

Ответы АБАКА СЕНЬОРЫ

	<i>Детская</i>	<i>Геометрия</i>	<i>Теория чисел</i>	<i>Комбинаторика</i>	<i>Алгебра</i>	<i>Тригонометрия</i>
10	22+979=1001	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1, 4, 9, 64, 6084	6	200	$-\frac{52}{17}$
20	Зачет по смыслу – см. рис.	2/3	9	21	Любое натуральное n	2 или 3
30	10 раз	13	9995049	927	–11	$\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
40	3367/4096	От 0 до 1/3	1, 3	$3k$ и $3k+2$	$7\sqrt{2}$	(в градусах) $\frac{180\pi n}{\pi-180}$ (в радианах) $\frac{\pi^2 n}{\pi-180}$
50	897×897=804609	$\sqrt{7}$	6607/210	$27^2+2 = 731$	Например, $f(x) = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}x$ Наверняка она единственная, но надо проверить	$(3\pi-1)/2$
60	3 часа 20 мин	60°,60°,60°; 45°,45°,90°	2000	168	311, 113, 301, 103, 221, 122, 112, 211, 102, 201 (10 ответов)	2015