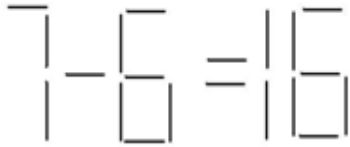


# АБАКА-ЮНИОРЫ.

Ответ считается верным, если найдены ВСЕ правильные варианты и нет ни одного лишнего

	Детская		Геометрия		Теория чисел
10	Расшифруйте ребус $**+***=****$ , где каждое число является палиндромом	10	В треугольнике $ABC$ выполнены соотношения $AB=1$ , $BC=2$ , $\angle ABC=120^\circ$ . $D$ – середина $AC$ . Найдите угол между прямыми $BD$ и $AB$ .	10	На доске были написаны цифры 2 0 1 6. Костя подошел и написал еще цифры (или цифру), что получившееся число делилось на 99. Дописывать цифры он мог перед, после или между уже написанными цифрами. Какое наименьшее число могло получиться?
20	Переложите две спички, чтобы получилось верное равенство: 	20	На стороне $AC$ треугольника $ABC$ выбрана точка $D$ так, что $2AD = DC$ . Пусть $E$ – основание перпендикуляра, опущенного из точки $D$ на отрезок $BC$ , и $F$ – точка пересечения отрезков $BD$ и $AE$ . Найдите угол $ADB$ , если известно, что треугольник $BEF$ равнобедренный.	20	Каждое из $n$ натуральных чисел, идущих подряд, имеет ровно 4 натуральных делителей. Какое наибольшее значение может принимать $n$ ?
30	Назовем число возрастающим, если его цифры идут в порядке возрастания и оно не является однозначным (например, 126 – возрастающее, а 314 и 559 – нет). Число 2016 представили в виде суммы $n$ возрастающих чисел. Найдите наименьшее $n$ .	30	Две окружности внутренне касаются. Прямая, проходящая через центр большей окружности, пересекает её в точках $A$ и $D$ , а меньшую окружность – в точках $B$ и $C$ . Найдите отношение радиусов окружностей, если $AB:BC:CD = 3:7:2$ .	30	Найдите все такие натуральные числа, в записи которых цифры не повторяются, все цифры одной четности, а сами числа являются точными квадратами.
40	На планете Ух год состоит из 200 суток. При этом дождь идет каждый седьмой день (в другие дни дождь не идет), вулкан Ой извергается раз в 150 дней. Во время извержения дождь не идет. Выборы происходят каждый год в один и тот же день, но в дождь выборы отменяются. Однажды выборы прошли в день извержения, причем на следующий день пошел дождь. Сколько раз в следующие 100 лет выборы были отменены из-за дождя?	40	Через вершины $A$ и $B$ единичного квадрата $ABCD$ проходит окружность, пересекающая прямые $AD$ и $AC$ в точках $K$ и $M$ , отличных от $A$ . Найдите длину проекции $KM$ на $AC$ .	40	Найдите сотую с конца цифру числа, которое при умножении на число, состоящее из 100 единиц, дает на конце 00...007.
50	Решите ребус: <b>СТО×СТО=СЕКРЕТ</b>	50	$AB=BC=CA=3$ . На отрезке $AC$ выбрана точка $P$ , такая что $AP=2$ . На отрезках $BC$ и $AB$ выбраны такие точки $X$ и $Y$ соответственно, что $BX=BY+1$ и сумма $PX+PY$ минимальна. Чему она равна?	50	Найдите среднюю цифру в числе $111\dots1^2$ (в числе 2016 единиц)
60	Великан начал хлебать бочку киселя, через некоторое время к нему присоединился второй, затем через такой же промежуток – третий и т. д. до последнего. Оказалось, что первый великан хлебал кисель в пять раз дольше последнего. Если бы все начали одновременно, то они справились бы за 2 часа. Сколько времени хлебал кисель первый?	60	На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены квадраты, 6 вершин квадратов, не являющиеся вершинами исходного треугольника лежат на одной окружности. Найдите углы треугольника	60	Найдите все натуральные числа, которые в 100 раз больше количества своих натуральных делителей

# АБАКА-ЮНИОРЫ

Ответ считается верным, если найдены ВСЕ правильные варианты и нет ни одного лишнего

	Комбинаторика		Алгебра		Текст
10	В компании нет трех человек с одной фамилией, нет трех человек с одинаковым именем и нет трех человек с одинаковым отчеством. Зато у каждого двух совпадает или имя, или фамилия, или отчество. Какое наибольшее количество людей могло быть в компании?	10	Положительные числа $a, b, c$ связаны соотношением $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}$ . Найдите все возможные значения выражения $\frac{(a+b)^2}{c^2} + \frac{(b+c)^2}{a^2} + \frac{(a+c)^2}{b^2}$ .	10	В первое воскресенье учебного года в тренажерный зал пришли 29 мальчиков и 12 девочек. Затем каждую неделю прибавлялись по одному новому мальчику и по 4 новые девочки, причем никто не бросал занятия. Через сколько недель количество девочек станет в два раза больше количества мальчиков?
20	В классе 15 девочек, 16 учеников имеют темные волосы, 17 – кареглазые и 18 отличников. Новый учитель математики, зная, сколько учеников в классе, но не видев класс, смог точно сказать, что там учится кареглазая темноволосая девочка-отличница. Какое наибольшее количество человек может учиться в этом классе?	20	Положительное число $x$ таково, что $[x] \times \{x\} = 100$ . Чему может быть равно число $[x^2] - [x]^2$ ?	20	Тысяча снайперов затеяла перестрелку. Снайпер может застрелить только снайпера, застрелившего столько же снайперов, сколько он сам. Сколько снайперов останется в живых в результате перестрелки? (Перестрелка заканчивается в том случае, если ни один снайпер не может убить никакого другого).
30	Шахматный король попал с поля $b5$ на поле $g2$ , сделав наименьшее возможное число ходов. Сколькими способами он мог это сделать?	30	Найти сумму $1! \cdot 3 - 2! \cdot 4 + 3! \cdot 5 - 4! + \dots - 2014! \cdot 2016$ .	30	Машина треть пути ехала со скоростью 50 км/ч, вторую треть – со скоростью 60 км/ч, а последнюю треть – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость машины за весь путь.
40	Сколькими способами из чисел 1, 2, 3, ..., 11 можно выбрать несколько чисел так, чтобы среди выбранных не было трех идущих подряд?	40	Дана функция $f(x) =  4 - 4 x   - 2$ . Сколько решений имеет уравнение $f(f(x)) = x$ ?	40	В корзине лежат яблоки и груши. Если добавить туда столько же яблок, сколько сейчас там груш (в штуках), то получится, что процент яблок будет вдвое больше, чем получится, если добавить в корзину столько груш, сколько там сейчас яблок. Какой процент яблок сейчас в корзине?
50	В однокруговом турнире участвовали $2n$ команд. После окончания турнира оказалось, что у каждой команды число ничьих равно числу побед. При каких $n$ такое возможно?	50	Найдите наименьшее значение выражения $\frac{ \dots  x-1 -1  \dots -1 +1}{  x-2 -1 +1}$	50	Все автобусы в Казани отправляются со станции через равные интервалы времени. Известно, что первый автобус отправляется в 5 часов с минутами, двадцать седьмой – в 14 часов с минутами, сорок третий – в 21 час с минутами (везде число минут – целое, возможно, равное нулю). Во сколько отправляется со станции четырнадцатый автобус?
60	В квадрате $9 \times 9$ Катя загадала одну клетку. Ваня пытается отгадать, какую. За один вопрос он указывает на одну из клеток, после чего Катя отвечает, что он угадал (если Ваня угадал, конечно), «Горячо» (если клетка Вани граничит с загаданной по стороне или по углу) или «Холодно» во всех остальных случаях. За какое число вопросов Ваня гарантированно угадает клетку?	60	Найдите наименьшее значение выражения $\sqrt{(x-5)^2 + 9} + \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{4 + (y-4)^2}$	60	В цехе работало несколько станков. После реконструкции количество станков уменьшилось, причем число процентов, на которое оно уменьшилось, оказалось равно числу оставшихся станков. Какое наименьшее число станков могло быть до реконструкции?

## Ответы АБАКА Юниоры

	<i>Детская</i>	<i>Геометрия</i>	<i>Теория чисел</i>	<i>Комбинаторика</i>	<i>Алгебра</i>	<i>Текстовые</i>
<b>10</b>	22+979=1001	90°	20196	4	12	23
<b>20</b>	Зачет по смыслу – см. рис.	120°	3	21	200	6
<b>30</b>	3 раза	2:3 (или 3:2) можно принимать лю- бой или оба	1, 4, 9, 64, 6084	15	1–2015!	6300/107
<b>40</b>	11 раз	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	9	927	16	30%
<b>50</b>	897×897=804609	$\sqrt{7}$	9	3k и 3k+2	1/10	10 часов, 9 часов 59 минут
<b>60</b>	3 часа 20 мин	60°,60°,60°; 45°,45°,90°	2000	11	$7\sqrt{2}$	25