

## ДОВЫВОД

1. Вася вводит в компьютер длинное число, не содержащее нулей в своей записи. Однако, на его компьютере западают клавиши цифр, поэтому при нажатии на любую цифру она вводится два раза. Изначально цифр нет. За одну операцию можно поставить курсор в любое место и нажать на любую цифру. Вася проделал 100 таких операций, и у него получилось 200-значное число. Может ли оно быть простым?

2. Дан правильный 64-угольник  $P$ , а также шесть 33-угольников с вершинами в его вершинах. Докажите, что можно повернуть некоторые из этих 33-угольников так, чтобы в объединении они покрыли все вершины  $P$ .

3. Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  вписана в окружность  $\omega$ . Диагонали трапеции пересекаются в точке  $K$ . На лучах  $KA$  и  $KB$  выбраны точки  $X$  и  $Y$  соответственно так, что отрезок  $XY$  касается  $\omega$  в своей середине  $Z$ . Докажите, что  $Z$  лежит на продолжении средней линии трапеции  $ABCD$ .

4. Квадратный трёхчлен  $f(x)$  с положительными коэффициентами таков, что уравнение  $f(f(x)) = 0$  имеет ровно три корня. Докажите, что дискриминант этого трёхчлена больше 16.

## ВЫВОД

5. Ребра полного графа на  $n$  вершинах покрашены в три цвета так, что нашлось остовное дерево каждого из трёх цветов. Докажите, что найдется разноцветный треугольник.

6. Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $\sqrt{2} < \frac{m}{n} < \sqrt{2} + \frac{1}{2}$  и  $m$  чётно. Докажите, что для  $\left| \frac{\ell}{k} - \sqrt{2} \right| < \frac{m}{n} - \sqrt{2}$  для некоторых  $\ell < m$  и  $k < n$ .

7. Точка  $M$  — середина стороны  $CD$  параллелограмма  $ABCD$ . Касательная в точке  $M$  к окружности  $(BMC)$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $E$  и биссектрису угла  $ABM$  в точке  $F$ . Оказалось, что  $BE = BF$ . В окружности  $(AEM)$  проведен диаметр  $AA'$ , а в треугольнике  $A'BF$  — высота  $A'H$ . Найдите  $BH/AB$ .