Блиц-бой 4 декабря 2010 г. Старшая группа

1. Обозначим через $b(n)$ количество способов представить число n в виде $n = a_0+a_1\cdot 2+a_2\cdot 2^2+\ldots+ a_k\cdot 2^k$, где каждый коэффициент a_i равен 0, 1 или 2. Найдите, чему равно $b(2010)$	
2. В квадрате 6x6 вырезали центральный квадрат 2×2. Сколько различных прямоугольников можно разместить на рисунке так, чтобы вершины их совпадали с вершинами клеток, а стороны шли по линиям сетки? (прямоугольники могут накрывать дыру полностью, их стороны могут идти по сторонам дыры)	
3. Найдите все пары натуральных чисел x и y таких, что числа x^2+3y и y^2+3x одновременно являются квадратами натуральных чисел**.**	
4. Решите систему уравнений, если x, y, $z \geq 0$ $$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2}xy\right) = z \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}xz\right) = y \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}yz\right) = x \end{cases}$$	
5. Каждая из боковых сторон трапеции, основания которой равны 5 и 8, служит стороной правильного треугольника. Один треугольник полностью расположен вне трапеции, а другой имеет с ней общие точки. Найдите расстояние между центрами треугольников.	
6. Найдите все такие m и n, что множество точек (x,y), задаваемых уравнением $\lvert y-2x\rvert = x$, совпадает с множеством точек, задаваемых уравнением $\lvert my+nx\rvert=y$.	
7. Найдите все простые числа p и q и натуральные n, для которых $p(p+1)+q(q+1)=n(n+1)$.	
8. Найдите все такие функции f: R→R такова, что для всех значений x выполняется равенство $x = f(x)+f(2\{x\})$, где $\{x\}$ - дробная часть числа x.	