

**БЛИЦ-БОЙ 3 декабря 2012 г. Старшая группа, высшая лига.**

	<b>Задача</b>	<b>Ответ</b>
1.	Любое число можно представить в виде суммы нескольких ( в т.ч. одного) последовательных натуральных чисел, возможно, несколькими способами. Найдите наибольшее возможное количество способов для четырехзначных чисел.	24
2.	Картина представляет из себя круг радиуса 50 см. Когда её вешают на гвоздь, то она висит на стене так, что гвоздь находится в самой верхней её точке. На стене есть дырка, представляющая из себя круг радиуса 10 см с центром в точке (0,0). Опишите с помощью уравнений или неравенств множество точек, куда можно вбить гвоздь, чтобы картина полностью закрыла дырку.	
3.	Найдите наименьшее натуральное $n > 345$ такое, что среди чисел $n-345, n-344, \dots, n-1, n, n+1, \dots, n+345$ наибольшую сумму цифр имеет число $n$ .	999
4.	Все 80 натуральных делителей натурального числа $n$ расположили в порядке возрастания. Оказалось, делители с первого по четвертый образуют геометрическую прогрессию, делители с четвертого по седьмой - арифметическую прогрессию, а восьмой делитель меньше 200. Найти третий делитель.	25
5.	Для любых двух вершин связного графа рассмотрим кратчайший путь, соединяющий их. Из длин всех кратчайших путей выберем наибольшую длину ( длина – это количество ребер в пути). Эта величина назовем диаметром графа. При каком наименьшем $d > 0$ существуют графы диаметра $d$ , у которых сумма квадратов степеней вершин равна $d^2$ ? Приведите пример такого графа. Рассматриваются графы без кратных ребер и петель.	6, пример надо проверить.
6.	В остроугольном треугольнике $ABC$ точка $O$ - центр описанной окружности, $D$ – точка пересечения прямых $AO$ и $BC$ . Оказалось, что $OD = BD = \frac{BC}{2+\sqrt{2}}$ . Найдите углы треугольника $ABC$ (ответ выразите в градусах).	
7.	Найдите все функции $f$ , удовлетворяющие при всех действительных $x$ и $y$ равенству: $xf(y) - yf(x) = (x-y)f(xy)$ .	$f(x) = \begin{cases} a, x = 0 \\ b, x \neq 0 \end{cases}$ , где $a$ и $b$ произвольные (может быть, и равные) числа
8.	Сколько решений в натуральных числах имеет система уравнений $\begin{cases} x + y = zt \\ z + t = xy \end{cases} ?$	9

**БЛИЦ-БОЙ 3 декабря 2012 г. Старшая группа, первая лига.**

	<b>Задача</b>	<b>Ответ</b>
1.	Найдите все четырехзначные числа с наибольшим количеством нечетных делителей.	
2.	Картина представляет из себя круг радиуса 50 см. Когда её вешают на гвоздь, то она висит на стене так, что гвоздь находится в самой верхней её точке. На стене есть дырка, представляющая из себя круг радиуса 10 см с центром в точке (0,0). Опишите с помощью уравнений или неравенств множество точек, куда можно вбить гвоздь, чтобы картина полностью закрыла дырку.	
3.	Найдите наименьшее натуральное $n > 100$ такое, что среди чисел $n-100, n-99, \dots, n-1, n, n+1, \dots, n+100$ наибольшую сумму цифр имеет число $n$ .	999
4.	Имеются два сосуда ёмкостью 1 л и 2 л. Из содержимого этих сосудов в некоторой другой посуде приготовили 0,5 л смеси, содержащей 40% яблочного сока, и 2,5 л смеси, содержащей 88% яблочного сока. Каковом минимальное процентное содержание яблочного сока в маленьком сосуде?	40%
5.	Для любых двух вершин связного графа рассмотрим кратчайший путь, соединяющий их. Из длин всех кратчайших путей выберем наибольшую длину (длина – это количество ребер в пути). Эта величина назовем диаметром графа. При каком наименьшем $d > 0$ существуют графы диаметра $d$ , у которых сумма квадратов степеней вершин равна $d^2$ ? Рассматриваются графы без кратных ребер и петель.	6.
6.	В остроугольном треугольнике $ABC$ точка $O$ – центр описанной окружности, $D$ – точка пересечения прямых $AO$ и $BC$ . Оказалось, что $OD = BD = \frac{BC}{3}$ . Найдите углы треугольника $ABC$ (ответ выразите в градусах).	$60^\circ, 45^\circ, 75^\circ$
7.	Найдите все функции $f$ , удовлетворяющие при всех действительных $x$ и $y$ равенству: $xf(y) - yf(x) = (x-y)f(xy)$ .	$f(x) = \begin{cases} a, & x = 0 \\ b, & x \neq 0 \end{cases}$ , где $a$ и $b$ произвольные (может быть, и равные) числа
8.	Сколько решений в натуральных числах имеет система уравнений $\begin{cases} x + y = zt \\ z + t = xy \end{cases} ?$	9

**БЛИЦ-БОЙ 3 декабря 2012 г. Старшая группа, вторая лига.**

	<b>Задача</b>	<b>Ответ</b>
1.	Найдите все трехзначные числа с наибольшим количеством нечетных делителей.	945
2.	Два военных корабля движутся один за другим с одинаковой скоростью на некотором расстоянии друг от друга. С корабля, идущего сзади, отправляется быстроходный катер. Догнав первый корабль, катер тотчас поворачивает назад и возвращается на свой корабль, затратив на весь путь туда и обратно 20 ч. Если бы перед выходом катера оба корабля одновременно уменьшили свою скорость на 7 км/ч, то катер находился бы в пути 17 ч 30 мин, а если бы они одновременно увеличили свою скорость на 7 км/ч, то катер находился бы в пути 26 ч 15 мин. Чему равна скорость катера? .	35 км/ч
3.	Найдите наименьшее натуральное $n > 100$ такое, что среди чисел $n-100, n-99, \dots, n-1, n, n+1, \dots, n+100$ наибольшую сумму цифр имеет число $n$ .	999
4.	Имеются два сосуда ёмкостью 1 л и 2 л. Из содержимого этих сосудов в некоторой другой посуде приготовили 0,5 л смеси, содержащей 40% яблочного сока, и 2,5 л смеси, содержащей 88% яблочного сока. Каковом минимальное процентное содержание яблочного сока в маленьком сосуде?	40%
5.	Рассмотрим четырёхзначное число, а также четырёхзначное число, записанное этими же цифрами, но в обратном порядке. Какое наибольшее количество цифр 5 может иметь в своей десятичной записи модуль разности этих чисел?	3
6.	В остроугольном треугольнике $ABC$ точка $O$ - центр описанной окружности, $D$ – точка пересечения прямых $AO$ и $BC$ . Оказалось, что $OD = BD = \frac{BC}{3}$ . Найдите углы треугольника $ABC$ (ответ выразите в градусах).	
7.	Какие значения может принимать радиус окружности, описанной около треугольника $ABC$ площадью, не меньшей 6, если $AC \leq 3$ и $BC \leq 4$ ?	
8.	Нарисуйте график функции $y = \{2\{x\}^2\}$ . ( $[x]$ – целая часть $x$ , т.е. наибольшее целое число, не превосходящее $x$ , $\{x\}$ – дробная часть $x$ , $\{x\} = x - [x]$ ).	

**БЛИЦ-БОЙ 3 декабря 2012 г. Младшая группа, высшая лига.**

	<b>Задача</b>	<b>Ответ</b>
1.	Найдите все четырехзначные числа с наибольшим количеством нечетных делителей.	
2.	Дан треугольник со сторонами $AB=2011$ , $BC=2012$ , $AC=4000$ . $M$ - точка касания вписанной окружности со стороной $BC$ . В треугольники $AMB$ и $AMC$ вписаны окружности. Найти расстояние между точками их касания с прямой $AM$ .	
3.	Найдите наименьшее натуральное $n > 100$ такое, что среди чисел $n-345$ , $n-344$ , ..., $n-1$ , $n$ , $n+1$ , ... $n+345$ наибольшую сумму цифр имеет число $n$ .	999
4.	Имеются два сосуда ёмкостью 1 л и 2 л. Из содержимого этих сосудов в некоторой другой посуде приготовили 0,5 л смеси, содержащей 40% яблочного сока, и 2,5 л смеси, содержащей 88% яблочного сока. Каков минимальное процентное содержание яблочного сока в маленьком сосуде?	40%
5.	Для любых двух вершин связного графа рассмотрим кратчайший путь, соединяющий их. Из длин всех кратчайших путей выберем наибольшую длину (длина – это количество ребер в пути). Эта величина назовем диаметром графа. При каком наименьшем $d > 0$ существуют графы диаметра $d$ , у которых сумма квадратов степеней вершин равна $d^2$ ? Рассматриваются графы без кратных ребер и петель.	6.
6.	В остроугольном треугольнике $ABC$ точка $O$ - центр описанной окружности, $D$ – точка пересечения прямых $AO$ и $BC$ . Оказалось, что $OD = BD = \frac{BC}{2+\sqrt{2}}$ . Найдите углы треугольника $ABC$ (ответ выразите в градусах).	
7.	Все 80 натуральных делителей натурального числа $n$ расположили в порядке возрастания. Оказалось, делители с первого по четвертый образуют геометрическую прогрессию, делители с четвертого по седьмой - арифметическую прогрессию, а восьмой делитель меньше 200. Найти третий делитель.	25
8.	Сколько решений в натуральных числах имеет система уравнений $\begin{cases} x + y = zt \\ z + t = xy \end{cases} ?$	9