МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

СТАРШАЯ ГРУППА, ВЫСШАЯ ЛИГА

1. Дан остроугольный треугольник ABC. Прямую AB повернули вокруг точки A на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую a. Прямую BC повернули вокруг точки B на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую b. Наконец, прямую CA повернули вокруг точки C на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую c. Докажите, что периметр треугольника, образованного прямыми a, b и c, не меньше периметра треугольника ABC.

2. Гриша рисует на клетчатой бумаге многоугольник так, что все его стороны идут вдоль линий сетки. При каких натуральных n может оказаться, что каждая линия сетки или содержит ровно n сторон многоугольника, или совсем не содержит сторон?

3. Дано вещественное число q, натуральные числа r, m, n, k и целое число u. Множество A состоит из чисел ur, $(u+1)r$, …, $(u+m)r$, а множество B — из чисел k, $k+1$, …, $k+n$. Назовём число из множества B *хорошим*, если разность между ним и некоторым элементом множества A равна sq, где число s — целое. Докажите, что если $mn < q$ и хорошие числа существуют, то они образуют арифметическую прогрессию.

4. По кругу около вас сидят 100 островитян, пронумерованных числами 1, 2, …, 100, каждый из которых — рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им). Через час молчания они по очереди стали называть числа по следующему правилу: каждый ищет глазами следующего после него по часовой стрелке лжеца L и, если он сам рыцарь, то говорит вслух номер L, а если он сам лжец, то называет любое натуральное число, не равное номеру L. Вы слышите, кто какие числа произносит, и видите, какие номера имеют сидящие за столом. Докажите, что если известно, что лжецов более половины, то можно однозначно определить, кто из островитян рыцарь, а кто — лжец.

5. Дан ориентированный граф. Ёкодзуны Таканохана и Мусасимару положили по камню в вершины A и B и ходят по очереди. Своим ходом ёкодзуна может перенести свой камень по стрелке или не делать ничего. При этом **не** запрещено ставить камень в вершину, где стоит камень соперника. После того, как камень перенесли по стрелке, стрелка разворачивается. В исходном графе Таканохана может переместить свой камень в B. Докажите, что он гарантированно сможет это сделать и в случае, когда Мусасимару пытается ему помешать (вне зависимости от того, кто ходит первым).

6. Неубывающая последовательность натуральных чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2019}$ такова, что $x_1 = 1$, и среди чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2019}$ ровно 25 различных. Докажите, что $x_3(x_3-x_1)+x_4(x_4-x_2)+\ldots+x_{2019}(x_{2019}-x_{2017}) \geq 621$.

7. Решите в целых числах уравнение $(x+x^2)(y+y^2) = (x+y)^2$.

8. В трапеции $ABCD$ диагональ BD равна основанию AD, а диагональ AC — боковой стороне CD. Отрезки AC и BD пересекаются в точке E. Точка F на отрезке AD выбрана так, что $EF \parallel CD$. Докажите, что $BE = DF$.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

СТАРШАЯ ГРУППА, ПЕРВАЯ ЛИГА

1. Дан остроугольный треугольник ABC. Прямую AB повернули вокруг точки A на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую a. Прямую BC повернули вокруг точки B на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую b. Наконец, прямую CA повернули вокруг точки C на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую c. Докажите, что периметр треугольника, образованного прямыми a, b и c, не меньше периметра треугольника ABC.

2. Гриша рисует на клетчатой бумаге многоугольник так, что все его стороны идут вдоль линий сетки. При каких натуральных n может оказаться, что каждая линия сетки или содержит ровно n сторон многоугольника, или совсем не содержит сторон?

3. Найдите все натуральные x, не являющиеся точными квадратами, такие, что x^2 делится на $[\sqrt{x}]^3$. Напомним, что $[a]$ — это наибольшее целое число, не превосходящее a.

4. По кругу около вас сидят 100 островитян, пронумерованных числами 1, 2, …, 100, каждый из которых — рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им). Через час молчания они по очереди стали называть числа по следующему правилу: каждый ищет глазами следующего после него по часовой стрелке лжеца L и, если он сам рыцарь, то говорит вслух номер L, а если он сам лжец, то называет любое натуральное число, не равное номеру L. Вы слышите, кто какие числа произносит, и видите, какие номера имеют сидящие за столом. Докажите, что если известно, что лжецов более половины, то можно однозначно определить, кто из островитян рыцарь, а кто — лжец.

5. В королевстве Нечетномонголия n городов и полностью отсутствуют дороги. Король решил соединить дорогами хотя бы какие-нибудь города, однако его ограничивает древнее предание, согласно которому юная дева, выехавшая из родного города и вернувшаяся в него, проехав по одному разу через нечётное число других городов, погубит монархию. Какое наибольшее количество дорог сможет провести король так, чтобы не дать шанса юной деве?

6. Неубывающая последовательность натуральных чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2019}$ такова, что $x_1 = 1$, и среди чисел $x_1, x_2, \ldots, x_{2019}$ ровно 25 различных. Докажите, что $x_3(x_3-x_1)+x_4(x_4-x_2)+\ldots+x_{2019}(x_{2019}-x_{2017}) \geq 621$.

7. Решите в целых числах уравнение $(x+x^2)(y+y^2) = (x+y)^2$.

8. В трапеции $ABCD$ диагональ BD равна основанию AD, а диагональ AC — боковой стороне CD. Отрезки AC и BD пересекаются в точке E. Точка F на отрезке AD выбрана так, что $EF \parallel CD$. Докажите, что $BE = DF$.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

СТАРШАЯ ГРУППА, ВТОРАЯ ЛИГА

1. Дан остроугольный треугольник ABC. Прямую AB повернули вокруг точки A на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую a. Прямую BC повернули вокруг точки B на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую b. Наконец, прямую CA повернули вокруг точки C на $60°$ по часовой стрелке и получили прямую c. Докажите, что периметр треугольника, образованного прямыми a, b и c, не меньше периметра треугольника ABC.

2. Докажите, что при некотором $k > 2$ можно нарисовать на клетчатой бумаге многоугольник так, что все его стороны идут по линиям сетки, и каждая линия сетки или содержит ровно k сторон многоугольника, или совсем не содержит сторон.

3. Найдите все натуральные x, не являющиеся точными квадратами, такие, что x^2 делится на $[\sqrt{x}]^3$. Напомним, что $[a]$ — это наибольшее целое число, не превосходящее a.

4. По кругу около вас сидят 100 островитян, каждый из которых рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им). Они пронумерованы числами 1, 2, …, 100. Через час молчания они по очереди стали называть числа по следующему правилу: каждый ищет глазами следующего после него по часовой стрелке лжеца L и, если он сам рыцарь, то говорит вслух номер L, а если он сам лжец, то называет любое натуральное число, не равное номеру L. Вы слышите, кто какие числа произносит, и видите, какие номера имеют сидящие за столом. Может ли оказаться, что ни про одного из островитян нельзя определить, рыцарь он или лжец?

5. Клетки полоски $1\times n$, $n \geq 6$, покрашены в жёлтый и голубой цвета. В каждой из этих клеток написано число по таким правилам:

(i) в каждой жёлтой клетке стоит число $2+3b$, где b — количество голубых клеток, соседних с этой;

(ii) в каждой голубой клетке стоит 0.

Какое наибольшее значение может иметь сумма чисел во всех клетках?

6. Натуральные числа a, b и c таковы, что числа 2^a, 2^b и 2^c являются длинами сторон некоторого треугольника. Докажите, что этот треугольник остроугольный.

7. Решите в целых числах уравнение $(x+x^2)(y+y^2) = (x+y)^2$.

8. В трапеции $ABCD$ диагональ BD равна основанию AD, а диагональ AC — боковой стороне CD. Отрезки AC и BD пересекаются в точке E. Точка F на отрезке AD выбрана так, что $EF \parallel CD$. Докажите, что $BE = DF$.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

МЛАДШАЯ ГРУППА, ВЫСШАЯ ЛИГА

1. Для каждого натурального числа n к произведению всех цифр n прибавим максимальный простой делитель n. Полученное число будем называть *правильным*. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел, не являющихся правильными.

2. Дано натуральное число $n \geq 3$ и n-угольник, одна из вершин которого отмечена. Вася стоит спиной к n-угольнику и его не видит, а Петя видит. В начале игры Петя помещает в одну из вершин n-угольника фишку. Далее игроки делают ходы по очереди. Каждым ходом Вася называет натуральное число k (на разных ходах оно может быть разным), после чего Петя перемещает фишку на k вершин либо по часовой стрелке, либо против, на своё усмотрение. В тот момент, когда фишка попадает в отмеченную вершину, Вася выигрывает. При каких n Вася сможет выиграть?

3. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел b–1, c–1, a–1 в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

4. Каждая клетка доски 150×150 покрашена в какой-то цвет, причём выполняется следующее свойство: в каждом столбце и каждой строке этой таблицы есть пара разноцветных клеток. Докажите, что можно так вычеркнуть 75 строк и 75 столбцов, чтобы на оставшейся доске это свойство сохранилось.

5. В группе из 100 школьников у каждого более 30 знакомых, но при этом никакие трое не имеют поровну знакомых. Докажите, что найдутся четверо школьников из этой группы, любые двое из которых знакомы.

6. Положительные числа x, y и z таковы, что $\frac{x^2+xy}{y}=\frac{y^2+yz}{z}=\frac{z^2+zx}{x}$. Докажите, что $x = y = z$.

7. Натуральные числа m и n удовлетворяют соотношению $7m^2+7m+2 = n^2$. Докажите, что число $n+1$ является суммой двух последовательных точных квадратов.

8. В равнобедренном треугольнике ABC угол BAC равен 100°. На продолжении биссектрисы BD угла ABC за сторону AC выбрали такую точку E, что $BE = BC$, а на основании BC выбрали такую точку F, что $AB = BF$. Докажите, что прямые AC и EF перпендикулярны.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

МЛАДШАЯ ГРУППА, ПЕРВАЯ ЛИГА

1. Для каждого натурального числа n к произведению всех цифр n прибавим максимальный простой делитель n. Полученное число будем называть *правильным*. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел, не являющихся правильными.

2. Дано натуральное число $n \geq 3$ и n-угольник, одна из вершин которого отмечена. Вася и Петя видят n-угольник. В начале игры Петя помещает в одну из его вершин фишку. Далее игроки делают ходы по очереди. Вася каждым ходом называет натуральное число k (на разных ходах оно может быть разным), после чего Петя перемещает фишку на k вершин либо по часовой стрелке, либо против, на своё усмотрение. В тот момент, когда фишка попадает в отмеченную вершину, Вася выигрывает. При каких n Вася сможет выиграть?

3. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел b–1, c–1, a–1 в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

4. Каждая клетка доски 100×100 покрашена в какой-то цвет, причём выполняется следующее свойство: в каждом столбце и каждой строке этой таблицы есть пара разноцветных клеток. Докажите, что можно так вычеркнуть 50 строк и 50 столбцов, чтобы на оставшейся доске это свойство сохранилось.

5. В группе из 100 школьников у каждого более 30 знакомых, но при этом никакие трое не имеют поровну знакомых. Докажите, что найдутся четверо школьников из этой группы, любые двое из которых знакомы.

6. Положительные числа x, y и z таковы, что $\frac{x^2+xy}{y}=\frac{y^2+yz}{z}=\frac{z^2+zx}{x}$. Докажите, что $x = y = z$.

7. Найдите все такие попарно различные натуральные числа a, b и c, что НОК(a,b,c)=a+b+c.

8. В равнобедренном треугольнике ABC угол BAC равен 100°. На продолжении биссектрисы BD угла ABC за сторону AC выбрали такую точку E, что $BE = BC$, а на основании BC выбрали такую точку F, что $AB = BF$. Докажите, что прямые AC и EF перпендикулярны.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

МЛАДШАЯ ГРУППА, ВТОРАЯ ЛИГА

1. К простому числу прибавим произведение его цифр. Полученное число будем называть *правильным*. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел, не являющихся правильными.

2. Вася и Петя видят 100-угольник, одна из вершин которого отмечена. В начале игры Петя помещает в одну из его вершин фишку. Далее игроки делают ходы по очереди. Вася каждым ходом называет натуральное число k (на разных ходах оно может быть разным), после чего Петя перемещает фишку на k вершин либо по часовой стрелке, либо против, на своё усмотрение. В тот момент, когда фишка попадает в отмеченную вершину, Вася выигрывает. Сможет ли Вася выиграть?

3. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел $b–1$, $c–1$, $a–1$ в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

4. Каждая клетка доски 100×50 (100 столбцов, 50 строк) покрашена в какой-то цвет, причём выполняется следующее свойство: в каждом столбце и каждой строке этой таблицы есть пара разноцветных клеток. Докажите, что можно так вычеркнуть 50 столбцов, чтобы на оставшейся доске это свойство сохранилось.

5. В группе из 100 школьников у каждого более 35 знакомых, но при этом никакие трое не имеют поровну знакомых. Докажите, что найдутся четверо школьников из этой группы, любые двое из которых знакомы.

6. Петя пишет последовательность: $a_1 = 2019$, $a_2 = 100$, $a_{n+1} = a_{n-1} - \dfrac{2}{a_n}$ при $n \geq 2$. Докажите, что в этой последовательности встретится число 0 (после чего Петя прекратит ее писать).

7. Найдите все такие попарно различные натуральные числа a, b и c, что НОК$(a,b,c) = a+b+c$.

8. Натуральные числа a, b и c таковы, что числа 2^a, 2^b и 2^c являются длинами сторон некоторого треугольника. Докажите, что этот треугольник остроугольный.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

ГРУППА «СТАРТ», ВЫСШАЯ ЛИГА

1. Каждая клетка доски 16×16 раскрашена в какой-то цвет, причём раскраска обладает таким свойством: в каждом столбце и в каждой строке этой таблицы есть пара клеток разного цвета. Докажите, что можно так вычеркнуть 8 строк и 8 столбцов, чтобы на оставшейся доске это свойство сохранилось.

2. Имеются две кучи, в которых суммарно $2019\cdot2^{100}$ камней. Петя и Вася играют в игру. Ходят по очереди, начинает Петя. Каждый из игроков своим ходом может взять любую кучу, в которой чётное число камней, и половину камней из неё переложить в другую кучу. Тот, кто не может сделать ход — проигрывает. Верно ли, что для любой начальной позиции кто-то из игроков заведомо может выиграть независимо от игры соперника?

3. Докажите, что существует такой клетчатый многоугольник, что на каждой прямой, содержащей хотя бы одну его сторону, лежит ровно 42 его стороны.

4. По кругу сидят 60 островитян, каждый из которых рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им), причём известно, что лжецов больше половины и они всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Островитяне пронумерованы числами 1, 2, …, 60. Каждый островитянин ответил на вопрос: «Какой номер у ближайшего к тебе по часовой стрелке лжеца?» Как после этого определить всех лжецов?

5. По контуру квадрата, обходя его по часовой стрелке, ползут три муравья, скорости которых постоянны и различны. Найдите скорость самого медленного из муравьёв, если скорости других равны 15 мм/с и 45 мм/с, а все обгоны происходят только в вершинах квадрата.

6. В группе из 100 школьников у каждого более 30 знакомых, но при этом никакие трое не имеют поровну знакомых. Докажите, что найдутся четверо школьников из этой группы, любые двое из которых знакомы.

7. Для каждого натурального числа n к произведению всех цифр n прибавим максимальный простой делитель n. Полученное число будем называть *правильным*. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел, не являющихся правильными.

8. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел b–1, c–1, a–1 в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

ГРУППА «СТАРТ», ПЕРВАЯ ЛИГА

1. Вомбат полностью заполнил прямоугольную коробку кирпичами размером $5\times10\times20$ сантиметров. Докажите, что он мог заполнить эту коробку теми же кирпичами таким образом, чтобы все рёбра одинаковой длины были параллельны.

2. Имеются две кучи, в которых суммарно $2019\cdot2^{100}$ камней. Петя и Вася играют в игру. Ходят по очереди, начинает Петя. Каждый из игроков своим ходом может взять любую кучу, в которой чётное число камней, и половину камней из неё переложить в другую кучу. Тот, кто не может сделать ход — проигрывает. Верно ли, что для любой начальной позиции кто-то из игроков заведомо может выиграть независимо от игры соперника?

3. Докажите, что существует такой клетчатый многоугольник, что на каждой прямой, содержащей хотя бы одну его сторону, лежит ровно две его стороны.

4. По кругу сидят 60 островитян, каждый из которых рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им), причём известно, что лжецов больше половины и они всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Островитяне пронумерованы числами 1, 2, …, 60. Каждый островитянин ответил на вопрос: «Какой номер у ближайшего к тебе по часовой стрелке лжеца?» Как после этого определить всех лжецов?

5. По контуру квадрата, обходя его по часовой стрелке, ползут три муравья, скорости которых постоянны и различны. Найдите скорость самого медленного из муравьёв, если скорости других равны 15 мм/с и 45 мм/с, а все обгоны происходят только в вершинах квадрата.

6. В районе несколько сёл и три деревни. Из каждого села выходят 3 дороги, а из деревень — по одной. Каждая дорога соединяет два населённых пункта и обслуживается одной из трёх бригад. Дороги, выходящие из одного села, обслуживаются разными бригадами. Докажите, что дороги, выходящие из деревень, тоже обслуживаются разными бригадами.

7. Для каждого натурального числа n к произведению всех цифр n прибавим максимальный простой делитель n. Полученное число будем называть *правильным*. Докажите, что существует бесконечно много натуральных чисел, не являющихся правильными.

8. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел $b-1$, $c-1$, $a-1$ в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

ГРУППА «СТАРТ», ВТОРАЯ ЛИГА

1. Вомбат полностью заполнил кубическую коробку кирпичами размером 5×10×20 сантиметров. Докажите, что он мог заполнить эту коробку теми же кирпичами таким образом, чтобы все рёбра одинаковой длины были параллельны.

2. Имеются две кучи, в которых суммарно 2^{100} камней. Петя и Вася играют в игру. Ходят по очереди, начинает Петя. Каждый из игроков своим ходом может взять любую кучу, в которой чётное число камней, и половину камней из неё переложить в другую кучу. Тот, кто не может сделать ход — проигрывает. Верно ли, что для любой начальной позиции кто-то из игроков заведомо может выиграть независимо от игры соперника?

3. Докажите, что существует такой клетчатый многоугольник, что на каждой прямой, содержащей хотя бы одну его сторону, лежит ровно две его стороны.

4. По кругу сидят 60 островитян, каждый из которых рыцарь или лжец (но кто есть кто — известно только им), причём известно, что лжецов больше половины и они всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Островитяне пронумерованы числами 1, 2, …, 60. Каждый островитянин ответил на вопрос: «Какой номер у ближайшего к тебе по часовой стрелке лжеца?» Как после этого определить всех лжецов?

5. По контуру квадрата, обходя его по часовой стрелке, ползут три муравья, скорости которых постоянны и различны. Найдите скорость самого медленного из муравьёв, если скорости других равны 15 мм/с и 45 мм/с, а все обгоны происходят только в вершинах квадрата.

6. В районе несколько сёл и три деревни. Из каждого села выходят 3 дороги, а из деревень — по одной. Каждая дорога соединяет два населённых пункта и обслуживается одной из трёх бригад. Дороги, выходящие из одного села, обслуживаются разными бригадами. Докажите, что дороги, выходящие из деревень, тоже обслуживаются разными бригадами.

7. На доске выписано несколько различных восьмизначных чисел, запись которых состоит только из двоек и пятёрок. Докажите, что все эти числа имеют различные остатки от деления на 256.

8. На доске выписан ряд чисел: 1, 2, ..., 2018, 2019. За один шаг разрешается выбрать три написанные подряд числа a, b и c, из которых ни одно не равно 0, и заменить их на тройку чисел b–1, c–1, a–1 в указанном порядке. Какую наименьшую сумму записанных на доске чисел можно получить, делая такие шаги?

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БОЙ №3. 22.02.2019

ГРУППА «СТАРТ», ТРЕТЬЯ ЛИГА

1. Каменщик полностью заполнил прямоугольную коробку кирпичами размером $5\times10\times20$ сантиметров. Докажите, что он мог заполнить эту коробку теми же кирпичами таким образом, чтобы все рёбра одинаковой длины были параллельны.

2. Имеются две кучи, в одной из которых $2019\cdot2^{100}$ кирпичей, а другая — пустая. Бригада каменщиков в течение рабочего дня перекладывает ровно половину одной из непустых куч в другую кучу. Какое наибольшее число рабочих дней бригада может этим заниматься?

3. Докажите, что существует такой клетчатый многоугольник, что на каждой прямой, содержащей хотя бы одну его сторону, лежит ровно две его стороны.

4. Рассмотрим все числа, записываемые только единицами, тройками и пятёрками, и упорядочим их в порядке возрастания: 1, 3, 5, 11, 13, … Какое число окажется на 2019-м месте?

5. Старуха Шапокляк хочет украсть из полного комплекта домино две костяшки, но так, чтобы оставшиеся костяшки можно было по правилам выложить по кругу. Сколькими способами она может осуществить свой план?

6. В районе несколько сёл и три деревни. Из каждого села выходят 3 дороги, а из деревень — по одной. Каждая дорога соединяет два населённых пункта и обслуживается одной из трёх бригад. Дороги, выходящие из одного села, обслуживаются разными бригадами. Докажите, что дороги, выходящие из деревень, тоже обслуживаются разными бригадами.

7. На доске выписано несколько различных восьмизначных чисел, запись которых состоит только из двоек и троек. Докажите, что все эти числа имеют различные остатки от деления на 256.

8. По контуру квадрата, обходя его по часовой стрелке, ползут три муравья, скорости которых постоянны и различны. Найдите скорость самого медленного из муравьёв, если скорости других равны 15 мм/с и 45 мм/с, а все обгоны происходят только в вершинах квадрата.