

КОМАНДНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 25.10.2021

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. На плоскости нарисованы 5 лучей, выходящих из одной точки. Может ли оказаться, что среди углов между лучами ровно 8 острых? Если да, то приведите пример со значениями углов между лучами, если нет, то объясните, почему так не бывает.

2. В гостинице n номеров. Ключи от номеров хранятся в 10 коробках, в каждой коробке 2022 ключа. Администраторы могут потерять какие-то коробки, поэтому хозяин гостиницы организовал хранение ключей так, что даже если любые три коробки потеряются, от каждого номера всё равно можно будет найти хотя бы один ключ. Какое наибольшее количество номеров может быть в этой гостинице?

3. В каждую клетку таблицы 4×4 записаны натуральные числа таким образом, что произведения чисел в каждой строке и произведения чисел в каждом столбце равны между собой (все восемь произведений). Чему может быть равно число G ? Найдите все варианты.

14	5	8	A
6	4	7	B
20	21	2	C
D	E	F	G

4. Пятизначное число без нулей в записи назовём *сбалансированным*, если сумма любых трёх его цифр делится на каждую из двух других. Сколько всего существует сбалансированных чисел?

5. В компании n человек. У каждого из них не менее 2021 знакомого. При этом нет пятерых людей, попарно знакомых друг с другом. При каком наименьшем n такое возможно?

6. Найдите все пары натуральных чисел (A, B) , имеющих поровну цифр и таких, что если к числу A приписать с конца число B , то полученное число окажется вдвое больше их произведения.

7. По кругу стоят 1400 школьников так, что все расстояния между соседними школьниками одинаковы. Известно, что k из них честные (всегда говорят правду), а остальные могут и говорить правду, и врать. У одного из школьников в кармане лежит бриллиант, и учитель хочет узнать, у кого. Учитель спросил у каждого школьника, каково расстояние между ним и школьником с бриллиантом. Найдите наименьшее k , при котором учитель может гарантированно определить, у кого в кармане бриллиант. (Все школьники знают, у кого находится бриллиант. Расстояние между школьниками равно длине наиболее короткой из двух дуг между ними.)

8. На доске написаны дроби $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$. Вася упражняется в сложении дробей. Каждую минуту он выбирает две дроби, пишет в числитель сумму числителей, в знаменатель сумму знаменателей, полученную дробь сокращает (до несократимой), а две исходные дроби стирает. Дробь с каким наибольшим значением может оказаться на доске через 99 минут?