

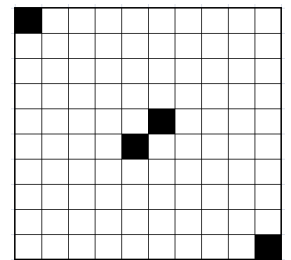
## Личная олимпиада. Лига Старт.

1. Дан куб  $10 \times 10 \times 10$ . Можно ли закрасить несколько его граней так, чтобы после разрезания куба на 1000 единичных кубиков, количество кубиков, у которых хотя бы одна грань закрашена, было нечетным? (Грань можно закрашивать только целиком.)

2. В турнире по бадминтону участвовало 16 спортсменов. Каждые двое сыграли не более одной игры, при этом ничьих не было. После окончания турнира оказалось, что все игроки одержали различное количество побед. Докажите, что все участники потерпели различное количество поражений.

3. На экране компьютера горит натуральное число, большее 1 000 000. Каждую минуту из числа на экране вычитается количество его натуральных делителей, отличных от самого числа (например, из числа 28 вычитается 5). Докажите, что рано или поздно на экране окажется нечётное простое число.

4. Дана доска  $10 \times 10$ . Из неё вырезали четыре клетки, отмеченные на рисунке. Все оставшиеся клетки разбили на прямоугольники  $1 \times 2$  (которые называются доминошками). Докажите, что можно разбить исходную доску на два прямоугольника так, чтобы не более одной доминошки имело общую клетку с обоими прямоугольниками.



5. На доске выписано 30 чисел (необязательно различных, необязательно целых). Известно, что как бы ни разбить эти числа на 10 групп по 3, найдутся две группы, суммы чисел в которых совпадают. Какое наибольшее количество попарно различных чисел может быть на доске?