

ЛИЧНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 06.05.2022

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. Михаил и Николай нашли свиток, в котором записаны три последовательных натуральных числа. Михаил нашёл произведение этих трёх чисел, оно равно M . Николай же сначала каждое число уменьшил на 1, а потом уже перемножил — произведение равно N . Может ли оказаться так, что $M - N = 2022$?

2. В каждой клетке поля 5×5 стоит человек. Каждый из них заявил, что среди людей, стоящих в клетках, соседних с его клеткой по стороне, ему знакомы ровно трое. Какое наибольшее число людей могли сказать правду? Знакомства обоюдны: если А знает Б, то и Б знает А.

3. Через вершину B прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) проведён луч, который пересекает отрезок AC в точке K , а прямую, проходящую через точку A , параллельно стороне BC , — в точке L . Докажите, что если $\angle ABC = 3\angle CBK$, то $KL = 2AB$.

4. В одной стране имеют хождение купюры в 3, 25, 80 тугриков. Бизнесмен Виктор в течение 2024 дней подряд питался в ресторане и каждый день (за исключением первого) тратил на 1 тугрик больше, чем в предыдущий. При этом ему удавалось всё время расплачиваться без сдачи. Мог ли Виктор за это время потратить ровно 1 000 000 купюр?

5. В алфавите племени Которас ровно 11 букв, любая последовательность букв является словом. Известно, что для каждого натурального k в языке этого племени имеется ровно пять k -буквенных неприличных слов. Докажите, что можно написать на стене такое приличное слово из 2022 букв, что, где бы MS Word ни вставил пробел, получатся два приличных слова.