

КОМАНДНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА 04.05.2023

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 7 КЛАССА

1. В ящике были красные, синие, жёлтые и зелёные шары. Незнайка неправильно посчитал, что в ящике 10% шаров красные, 20% синие, 50% жёлтые и 70% зелёные. Дело в том, что он считал проценты не от общего количества всех шаров, а от общего количества шаров каких-то трех цветов (оставшийся, четвертый цвет назовем *забытым*). А какие бы результаты Незнайка получил, если бы считал проценты от количества шаров забытого цвета?

2. Паша взял два трёхзначных числа, возвел каждое в квадрат и записал полученные числа друг за другом без пробела. Получилось некоторое десятизначное число. Могут ли не менее семи цифр в записи этого десятизначного числа равняться 3?

3. На стороне AB треугольника ABC нашлась такая точка D , что $AB = CD$. В треугольнике BCD проведена биссектриса DE . Докажите, что из отрезков AD , BE и EC можно сложить треугольник.

4. В кубе $3 \times 3 \times 3$ в каждом единичном кубике находится лампочка. Изначально все лампочки выключены. За ход разрешается «нажать» на один из 26 кубиков на границе, и лампочки во всех кубиках, имеющих с выбранным общую грань (в том числе и в нём самом) переключаются. Можно ли через некоторое количество ходов сделать включенной только лампочку в центре исходного куба?

5. В строчку выписаны все натуральные делители числа n в порядке возрастания: $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$. Оказалось, что при любом натуральном i от 2 до k включительно либо d_i делится на d_{i-1} , либо $d_i - 1$ делится на d_{i-1} . Докажите, что n имеет не более двух различных простых делителей.

6. Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$, в котором, $AB = BC = CD$, $\angle B = \angle C = 140^\circ$ и $\angle A = \angle D = 50^\circ$. Найдите градусную меру углов треугольника ACE .

7. В комнате находятся 99 человек. Каждую минуту из комнаты выходит человек, у которого количество знакомых среди присутствующих хотя бы на 2 больше, чем у каждого из остальных. Через несколько минут такого человека не нашлось. Какое минимальное количество людей могло остаться к этому моменту в комнате? (Знакомства взаимные.)

8. Саша выписал на доску 2023 правильные дроби. Оказалось, что для любого натурального числа n от 1 до k можно выбрать несколько из выписанных дробей с суммой n . При каком наибольшем k такое возможно?